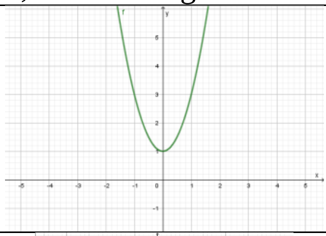
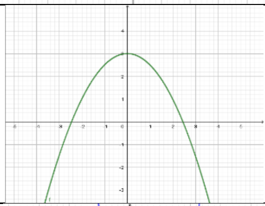
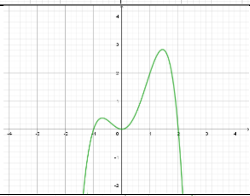
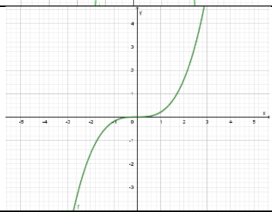
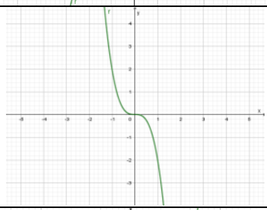
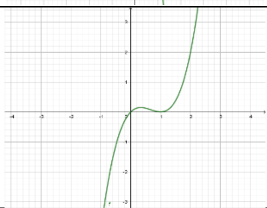
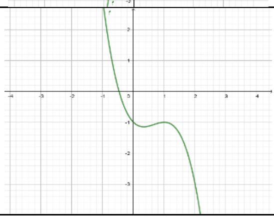
Verhalten von ganzrationalen Funktionen für $x \to \pm\infty$

Untersucht man das Verhalten ganzrationaler Funktionen für $x \to \pm\infty$, so möchte man wissen, wie sich die y-Werte für große x-Werte verhalten. Hierzu muss man nur die den größten Exponenten und den dazugehörigen Koeffizienten also $a_n x^n$ betrachten, da dies für große x-Werte den größten Einfluss hat.

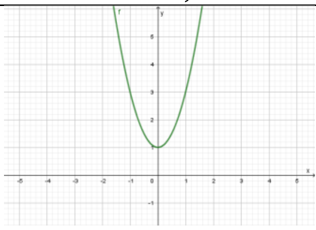
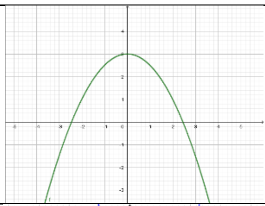
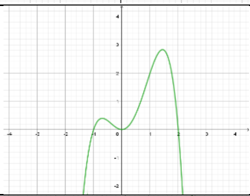
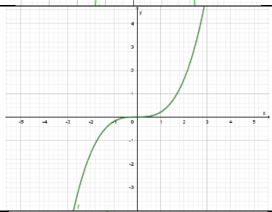
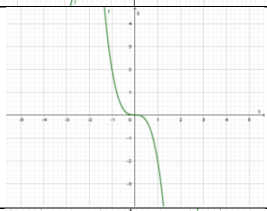
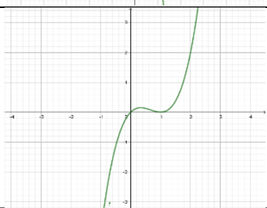
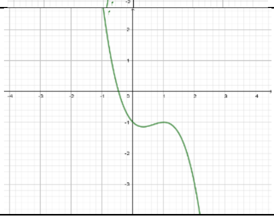
$f(x) = 2x^2 + 1$		
$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3$		
$f(x) = x^4 - 2x^3 + 1$		
$f(x) = -2x^4 + x^3 + 2x^2$		
$f(x) = \frac{1}{2}x^3$		
$f(x) = -2x^3$		
$f(x) = 2x^3 - 2x^2 + x$		
$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + 2x^2 - x - 1$		

Zusammenfassung. Man unterscheidet also, ob n gerade / ungerade und ob a_n positiv oder negativ ist. Das ergibt 4 Fälle:

	$x \to -\infty$	$x \to +\infty$
$x \to a_n x^n$ n gerade	$f(x) \to +\infty$	$f(x) \to +\infty$
$x \to a_n x^n$ n ungerade	$f(x) \to -\infty$	$f(x) \to +\infty$
$x \to -a_n x^n$ n gerade	$f(x) \to -\infty$	$f(x) \to -\infty$
$x \to -a_n x^n$ n ungerade	$f(x) \to +\infty$	$f(x) \to -\infty$

Verhalten von ganzrationalen Funktionen für $x \to \pm\infty$

Untersucht man das Verhalten ganzrationaler Funktionen für $x \to \pm\infty$, so möchte man wissen, wie sich die y-Werte für große x-Werte verhalten. Hierzu muss man nur die den größten Exponenten und den dazugehörigen Koeffizienten also $a_n x^n$ betrachten, da dies für große x-Werte den größten Einfluss hat.

$f(x) = 2x^2 + 1$		Für $x \to -\infty$: $f(x) \to +\infty$ (Gesprochen: Für x gegen minus unendlich, strebt f(x) gegen plus unendlich.) Für $x \to +\infty$: $f(x) \to +\infty$
$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3$		Für $x \to -\infty$: $f(x) \to -\infty$ Für $x \to +\infty$: $f(x) \to -\infty$
$f(x) = x^4 - 2x^3 + 1$		Für $x \to -\infty$: $f(x) \to +\infty$ Für $x \to +\infty$: $f(x) \to +\infty$
$f(x) = -2x^4 + x^3 + 2x^2$		Für $x \to -\infty$: $f(x) \to -\infty$ Für $x \to +\infty$: $f(x) \to -\infty$
$f(x) = \frac{1}{2}x^3$		Für $x \to -\infty$: $f(x) \to -\infty$ Für $x \to +\infty$: $f(x) \to +\infty$
$f(x) = -2x^3$		Für $x \to -\infty$: $f(x) \to +\infty$ Für $x \to +\infty$: $f(x) \to -\infty$
$f(x) = 2x^3 - 2x^2 + x$		Für $x \to -\infty$: $f(x) \to -\infty$ Für $x \to +\infty$: $f(x) \to +\infty$
$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + 2x^2 - x - 1$		Für $x \to -\infty$: $f(x) \to +\infty$ Für $x \to +\infty$: $f(x) \to -\infty$

Zusammenfassung. Man unterscheidet also, ob n gerade / ungerade und ob a_n positiv oder negativ ist. Das ergibt 4 Fälle:

	$x \to -\infty$	$x \to +\infty$
$x \to a_n x^n$ n gerade	$f(x) \to +\infty$	$f(x) \to +\infty$
$x \to a_n x^n$ n ungerade	$f(x) \to -\infty$	$f(x) \to +\infty$
$x \to -a_n x^n$ n gerade	$f(x) \to -\infty$	$f(x) \to -\infty$
$x \to -a_n x^n$ n ungerade	$f(x) \to +\infty$	$f(x) \to -\infty$

Erkenntnisse:

- Den größten Einfluss auf das Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$ hat der größte Exponent, also $a_n x^n$.
- Man betrachtet also den Grad der ganzrationalen Funktion.
- Ist der Grad gerade streben beide Seiten ins Positive bzw. ins Negative
- Ist der Grad ungerade, strebt eine Seite ins Positive und eine ins Negative.
- Ein Minus vor der Funktion, also - $a_n x^n$ spiegelt den Graphen an der x-Achse.